

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

Matej Filip

**REŠENE NALOGE IZ  
IZPITOV PRI PREDMETU  
MATEMATIKA 1  
UNIVERZITETNI ŠTUDIJ**

Študijsko gradivo

Ljubljana, 2026

## UVOD

Naloge na naslednjih straneh so bile na pisnih izpitih v študijskih letih 2019/20–2024/25 pri predmetu Matematika 1, ki je obvezni predmet za študente, vpisane na univerzitetni dodiplomski študijski program Elektrotehnika, na Univerzi v Ljubljani.

DRUGI KOLOKVIJ iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

17. januar 2020

1. [10T] Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2e^{2x}}{2x - e^{2x}}.$$

Rešitev:

Z L'Hospitalovim pravilom dobimo

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2e^{2x}}{2x - e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 4e^{2x}}{2 - 2e^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 8e^{2x}}{-4e^{2x}} = -2.$$

2. [10T] Odvajajte funkcijo

$$f(x) = x^{x^2}.$$

Rešitev:

Zapišimo  $y = x^{x^2}$  in najprej logaritmiramo

$$\ln y = x^2 \ln x$$

in nato odvajamo nastalo implicitno enačbo:

$$\frac{y'}{y} = 2x \ln x + x$$

$$y' = x^{x^2}(2x \ln x + x).$$

3. [10T] Določite enačbo tangente na krivuljo  $y = e^x + x$ , ki je vzporedna premici  $-3x + 2y + 1 = 0$ .

Rešitev: Smerni koeficient premice  $-3x + 2y + 1 = 0$  je enak  $k = \frac{3}{2}$ , ki je tudi koeficient iskane tangente. Iščejo torej točko na krivulji, kjer je odvod enak  $\frac{3}{2}$ :

$$y' = e^x + 1 = \frac{3}{2}.$$

Dobimo  $x_0 = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$  in  $y_0 = y(x_0) = \frac{1}{2} - \ln(2)$ . Enačba tangente je

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$
$$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\ln(2) + \frac{1}{2}.$$

4. [10T] Izračunajte ploščino območja, ki ga omejujeta krivulji

$$y = -x^2 + 1 \text{ in } y = x^4 - 1$$

ter vsebuje točko  $(0, 0)$ .

Rešitev: Presečišči krivulj sta točki  $(-1, 0)$  in  $(1, 0)$  in tako je ploščina območja enaka

$$\int_{-1}^1 (-x^2 + 1 - x^4 + 1) = \frac{44}{15}.$$

5. [10T] Izračunajte integral

$$\int \frac{\cos x}{1 - \sin^2 x} dx.$$

Rešitev:

Z vpeljavo nove spremenljivke  $t = \sin x$  dobimo, da je zgornji integral enak

$$\int \frac{1}{1 - t^2} dt = \frac{1}{2} \int \frac{1}{1 - t} dt + \frac{1}{2} \int \frac{1}{1 + t} dt = -\frac{1}{2} \ln(1 - \sin x) + \frac{1}{2} \ln(1 + \sin x) + C.$$

6. [25T] Določite definicijsko območje ter izračunajte ničle, pole, stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = x^2 \ln x.$$

Funkcijo  $f(x)$  čimbolj natančno narišite.

Rešitev:

Definicijsko območje je  $x > 0$ , ničla je pri  $x = 1$ , polov ni. Izračunamo odvod in dobimo

$$f'(x) = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1),$$

torej je edina ničla odvoda, ki leži na definicijskem območju enaka  $e^{-\frac{1}{2}}$ .

$$f''(x) = 2 \ln x + 3,$$

torej je ničla  $f''(x)$  enaka  $e^{-\frac{3}{2}}$ , kjer imamo prevoj.

Funkcija pada na intervalu  $(0, e^{-\frac{1}{2}})$  ter narašča na intervalu  $(e^{-\frac{1}{2}}, \infty)$ .

Funkcija je konkavna na  $(0, e^{-\frac{3}{2}})$  ter konveksna na  $(e^{-\frac{3}{2}}, \infty)$ .

Z L'Hospitalovim pravilom dobimo

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} = 0$$

in tako lahko natančno narišemo  $f(x)$ .

7. [25T] V ravnini imamo žico v obliki krivulje

$$y = \sqrt{4 - x^2},$$

$$-1 \leq x \leq 2.$$

- Izračunajte dolžino žice.
- Poiščite točko na žici, ki je najbližja točki  $(1, 0)$ .
- Izračunajte površino in prostornino telesa, ki nastane, če žico zavrtimo okoli  $x$ -osi in dodamo ravnino  $x = -1$ .

Rešitev:

- a) Izračunajmo najprej odvod

$$y' = -\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

in nato uporabimo formulo za izračun loka

$$\ell = \int_{-1}^2 \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_{-1}^2 \sqrt{\frac{4}{4 - x^2}} dx = \int_{-1}^2 \sqrt{\frac{1}{1 - (\frac{x}{2})^2}} dx =$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-1}^{2-\epsilon} \sqrt{\frac{1}{1 - (\frac{x}{2})^2}} dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ 2 \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) \right]_{-1}^{2-\epsilon} = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}.$$

- b) Kvadrat razdalje od točke  $(1, 0)$  do poljubne točke na naši krivulji je enak

$$d(x) = (x - 1)^2 + (4 - x^2) = -2x + 5.$$

Odvod  $d(x)$  je enak  $-2$ , torej bo minimum dosežen pri eni izmed (rob-  
nih) točk definicijskega območja:  $(-1, \sqrt{3})$  in  $(2, 0)$ . Vidimo, da je  
minimum dosežen pri  $(2, 0)$ .

c) Prostornina je enaka

$$V = \int_{-1}^2 \pi y^2 dx = \int_{-1}^2 \pi(4 - x^2) dx = \pi \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 = 9\pi,$$

površino pa izračunamo z izračunom površine plašča

$$S_p = \int_{-1}^2 2\pi y \sqrt{1 + (y')^2} dx = 2\pi \int_{-1}^2 \sqrt{4 - x^2} \sqrt{\frac{4}{4 - x^2}} dx = 12\pi$$

in površine osnovnice, ki je krog s polmerom  $\sqrt{3}$  in ima tako površino  
enako  $3\pi$ . Skupna površina je torej enaka  $15\pi$ .

DRUGI KOLOKVIJ iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

14. januar 2022

1. [10T] Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^x}{\cos x \sin^2 x}.$$

Rešitev: Uporabimo standardne limite/Taylorjeve približke pri  $x \rightarrow 0$ :

$$e^x \rightarrow 1, \quad \cos x \rightarrow 1, \quad \frac{\sin x}{x} \rightarrow 1.$$

Zato

$$\frac{x^2 e^x}{\cos x \sin^2 x} = \left( \frac{e^x}{\cos x} \right) \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) = \left( \frac{e^x}{\cos x} \right) \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \rightarrow 1 \cdot 1^2 = 1.$$

2. [10T] Izračunajte definicijsko območje funkcije  $f(x) = |x-2| + \sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$ .

Rešitev: Absolutna vrednost je definirana za vsak  $x \in \mathbb{R}$ , omejitev pride samo iz korena. Potrebujemo

$$\frac{2x-1}{x-1} \geq 0 \quad \text{in} \quad x \neq 1.$$

Ničli in kritična točka sta  $2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$  in  $x-1=0 \Rightarrow x=1$ . Naredimo predznačni pregled:

- za  $x < \frac{1}{2}$ :  $2x-1 < 0$  in  $x-1 < 0$ , zato je količnik  $\geq 0$ ;
- za  $\frac{1}{2} < x < 1$ :  $2x-1 > 0$ ,  $x-1 < 0$ , zato je količnik  $< 0$ ;
- za  $x > 1$ :  $2x-1 > 0$  in  $x-1 > 0$ , zato je količnik  $\geq 0$ .

Ker je pri  $x = \frac{1}{2}$  izraz pod korenem enak 0, je točka dovoljena. Torej

$$D_f = (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (1, \infty).$$

3. [10T] Določite enačbo normale na krivuljo  $y = e^{3x} + 1$ , ki je vzporedna premici  $x + 2y + 1 = 0$ .

Rešitev: Premico preoblikujemo:

$$x + 2y + 1 = 0 \iff 2y = -x - 1 \iff y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2},$$

zato je njen smerni koeficient  $m = -\frac{1}{2}$ . Ker mora biti iskana *normala* vzporedna tej premici, mora imeti normala smerni koeficient

$$m_n = -\frac{1}{2}.$$

Za krivuljo  $y = e^{3x} + 1$  je odvod

$$y'(x) = 3e^{3x},$$

zato je smerni koeficient normale v točki  $x_0$

$$m_n = -\frac{1}{y'(x_0)} = -\frac{1}{3e^{3x_0}}.$$

Postavimo  $-\frac{1}{3e^{3x_0}} = -\frac{1}{2}$ , dobimo

$$\frac{1}{3e^{3x_0}} = \frac{1}{2} \iff 3e^{3x_0} = 2 \iff e^{3x_0} = \frac{2}{3} \iff x_0 = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{2}{3}\right).$$

Tedaj je

$$y_0 = e^{3x_0} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}.$$

Enačba normale:

$$y - \frac{5}{3} = -\frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{3} \ln\left(\frac{2}{3}\right) \right).$$

4. [10T] Izračunajte volumen telesa, ki nastane, če krivuljo  $y = \sqrt{(x+1)\sin x}$  med  $x = 0$  in  $x = \frac{\pi}{6}$  zavrtimo okoli  $x$ -osi.

Rešitev: Pri vrtenju okoli  $x$ -osi uporabimo metodo kolobarjev:

$$V = \pi \int_0^{\pi/6} y^2 dx = \pi \int_0^{\pi/6} (x+1)\sin x dx.$$

Izračunamo integral. Najprej po delih:

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x, \quad \int \sin x dx = -\cos x.$$

Torej

$$\int (x+1) \sin x \, dx = -x \cos x + \sin x - \cos x + C.$$

Vstavimo meje:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/6} (x+1) \sin x \, dx &= \left[ -x \cos x + \sin x - \cos x \right]_0^{\pi/6} = \left( -\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - (-1) \\ &= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}\pi}{12}. \end{aligned}$$

Zato

$$V = \pi \left( \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}\pi}{12} \right) = \frac{\pi}{12} (18 - 6\sqrt{3} - \sqrt{3}\pi).$$

5. [15T] Izračunajte integral

$$\int \frac{1+x}{x^2+2x+5} \, dx.$$

Rešitev: Opazimo, da je odvod imenovalca

$$\frac{d}{dx}(x^2+2x+5) = 2x+2 = 2(x+1),$$

v števcu pa je  $x+1$ . Zato naredimo substitucijo

$$t = x^2 + 2x + 5, \quad dt = 2(x+1) \, dx \quad \Rightarrow \quad (x+1) \, dx = \frac{1}{2} \, dt.$$

Potem

$$\int \frac{1+x}{x^2+2x+5} \, dx = \int \frac{(x+1) \, dx}{t} = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln |t| + C = \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+5) + C.$$

6. [25T] Določite definicijsko območje ter izračunajte ničle, pole, stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = \frac{\ln(x)+1}{x}.$$

Izračunajte še limite na robu definicijskega območja ter funkcijo  $f(x)$  čimbolj natančno narišite.

Rešitev:

- **Definicijsko območje:** zaradi  $\ln x$  mora biti  $x > 0$ , torej  $D_f = (0, \infty)$ .
- **Ničle:**  $\ln x + 1 = 0 \Rightarrow x = e^{-1}$ .
- **Limite na robu domene:**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x + 1}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x + 1}{x} = 0$$

(druga limita npr. po L'Hospitalu:  $\frac{\ln x + 1}{x} \sim \frac{\ln x}{x} \rightarrow 0$ ). Zato je vodoravna asimptota  $y = 0$  (pri  $x \rightarrow \infty$ ), navpična asimptota pa  $x = 0$ .

- **Prvi odvod:**

$$f'(x) = \left( \frac{\ln x + 1}{x} \right)' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - (\ln x + 1) \cdot 1}{x^2} = -\frac{\ln x}{x^2}.$$

Kritična točka je, ko  $\ln x = 0$ , torej  $x = 1$ . Ker je  $x^2 > 0$ , je predznak  $f'$  nasproten predznaku  $\ln x$ :

$$f'(x) > 0 \text{ za } 0 < x < 1, \quad f'(x) < 0 \text{ za } x > 1.$$

Torej je  $f$  naraščajoča na  $(0, 1)$  in padajoča na  $(1, \infty)$ , zato ima pri  $x = 1$  maksimum:

$$f(1) = \frac{\ln 1 + 1}{1} = 1.$$

- **Drugi odvod:**

$$f''(x) = (-\ln x \cdot x^{-2})' = -\frac{1}{x} x^{-2} + (-\ln x)(-2)x^{-3} = \frac{-1 + 2 \ln x}{x^3}.$$

Ker je  $x^3 > 0$  na  $(0, \infty)$ , je predznak  $f''$  določen z  $-1 + 2 \ln x$ . Prevoj dobimo iz  $-1 + 2 \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{e}$ . Zato je  $f$  konkavna na  $(0, \sqrt{e})$  in konveksna na  $(\sqrt{e}, \infty)$ .

Iz teh podatkov lahko skiciramo graf: pri  $x \rightarrow 0^+$  gre v  $-\infty$ , narašča do maksimuma  $(1, 1)$ , nato pada proti 0; prevoj je pri  $x = \sqrt{e}$ .

7. [20T] Kmet ima travnik podan z

$$y \leq 2 - x^2, \quad y \geq -\frac{2}{3}x - \frac{10}{3}, \quad y \geq 2x - 6,$$

kjer ena enota pomeni en meter. Na vsakem kvadratnem metru travnika zraste 2 kg trave, kmetova krava pa poje 1,5 kg trave na dan.

Koliko dni se bo kmetova krava lahko pasla na travniku preden ji zmanjka trave?

Rešitev: Travnik je pod parabolo  $y = 2 - x^2$  in nad obema premicama, torej nad njunim maksimumom. Premici se sekata pri  $x = 1$  (tam je  $y = -4$ ), zato velja:

$$\max\left\{-\frac{2}{3}x - \frac{10}{3}, 2x - 6\right\} = \begin{cases} -\frac{2}{3}x - \frac{10}{3}, & x \leq 1, \\ 2x - 6, & x \geq 1. \end{cases}$$

Parabola se s prvo premico seka pri  $x = -2$  (točka  $(-2, -2)$ ), z drugo pa pri  $x = 2$  (točka  $(2, -2)$ ). Zato je ploščina travnika

$$S = \int_{-2}^1 \left( (2 - x^2) - \left( -\frac{2}{3}x - \frac{10}{3} \right) \right) dx + \int_1^2 \left( (2 - x^2) - (2x - 6) \right) dx.$$

Poenostavimo integranda:

$$(2 - x^2) + \frac{2}{3}x + \frac{10}{3} = \frac{16}{3} + \frac{2}{3}x - x^2, \quad (2 - x^2) - (2x - 6) = 8 - 2x - x^2.$$

Izračun:

$$\int_{-2}^1 \left( \frac{16}{3} + \frac{2}{3}x - x^2 \right) dx = 12, \quad \int_1^2 (8 - 2x - x^2) dx = \frac{8}{3}.$$

Torej

$$S = 12 + \frac{8}{3} = \frac{44}{3} \text{ m}^2.$$

Na  $1 \text{ m}^2$  zraste  $2 \text{ kg}$  trave, zato je skupna masa trave

$$M = 2 \cdot S = \frac{88}{3} \text{ kg}.$$

Krava poje  $1.5 = \frac{3}{2} \text{ kg}$  na dan, zato je število dni

$$\frac{M}{3/2} = \frac{\frac{88}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{88}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{176}{9}.$$

Krava se bo torej pasla  $\frac{176}{9}$  dni.

DIFERENCIALNI IZPIT IZ MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

19. januar 2024

1. [15 T] Ali je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot 3^{n-1}}$$

geometrijska? Določite še, ali je dana vrsta konvergentna? Oba odgovora utemeljite računsko.

**Rešitev.** Naj bo

$$a_n = \frac{2^n}{n \cdot 3^{n-1}} = \frac{3}{n} \left( \frac{2}{3} \right)^n.$$

Vrsta  $n$ i geometrijska, ker količnik  $a_{n+1}/a_n$  ni konstanta:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)3^n}}{\frac{2^n}{n3^{n-1}}} = \frac{2n}{3(n+1)},$$

kar je odvisno od  $n$ .

Za konvergenco uporabimo npr. primerjalni kriterij: ker za  $n \geq 1$  velja  $\frac{1}{n} \leq 1$ , dobimo

$$0 \leq a_n = \frac{3}{n} \left( \frac{2}{3} \right)^n \leq 3 \left( \frac{2}{3} \right)^n.$$

Geometrijska vrsta  $\sum 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$  konvergira (ker je  $|2/3| < 1$ ), zato po primerjalnem kriteriju konvergira tudi dana vrsta.

2. [15 T] Izračunajte vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}$$

tako, da izračunate limito zaporedja delnih vsot.

**Rešitev.** Najprej faktoriziramo imenovalec:

$$9n^2 - 3n - 2 = (3n - 2)(3n + 1).$$

Razcepimo na parcialne ulomke:

$$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{A}{3n-2} + \frac{B}{3n+1}.$$

Dobimo

$$1 = A(3n+1) + B(3n-2) = (3A+3B)n + (A-2B),$$

zato

$$3A+3B=0 \Rightarrow A=-B, \quad A-2B=1.$$

Vstavimo  $A=-B$ :

$$(-B)-2B=1 \Rightarrow -3B=1 \Rightarrow B=-\frac{1}{3}, \quad A=\frac{1}{3}.$$

Torej

$$\frac{1}{9n^2-3n-2} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} \right).$$

Delne vsote:

$$S_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{9n^2-3n-2} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N \left( \frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} \right).$$

To je teleskopska vsota:

$$S_N = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{3N-2} - \left( \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{3N+1} \right) \right) = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{3N+1} \right).$$

Zato

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2-3n-2} = \lim_{N \rightarrow \infty} S_N = \frac{1}{3}.$$

3. [10 T] Ali je vrsta

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!}$$

konvergentna? Odgovor utemeljite!

**Rešitev.** Uporabimo kvocientni kriterij. Naj bo  $a_n = \frac{e^n}{n!}$ . Potem

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{e^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{e^n}{n!}} = \frac{e}{n+1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 < 1.$$

Zato vrsta absolutno konvergira. (Dejansko velja  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!} = e^e$ .)

4. [10 T] Izračunajte vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n-1}}.$$

**Rešitev.** Preoblikujemo člen:

$$\frac{2^n}{3^{n-1}} = 3 \left( \frac{2}{3} \right)^n.$$

Zato je

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n-1}} = 3 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{3} \right)^n = 3 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 3 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 6.$$

## TEORETIČNI DEL

5. [20 T] Kako je definirana konvergenca številske vrste?

**Rešitev.** Naj bo  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  številska vrsta in naj bo

$$S_N = \sum_{n=1}^N a_n$$

zaporedje delnih vsot. Vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  *konvergira*, če konvergira zaporedje delnih vsot  $(S_N)_{N \in \mathbb{N}}$ , tj. če obstaja končna limita

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = S \in \mathbb{R}.$$

V tem primeru rečemo, da je vsota vrste enaka  $S$  in pišemo

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S.$$

Če limita ne obstaja ali je neskončna, vrsta divergira.

6. [20 T] Izpeljite formulo za izračun vsote geometrijske vrste.

**Rešitev.** Geometrijska vrsta ima obliko

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = a + ar + ar^2 + \dots,$$

kjer sta  $a \in \mathbb{R}$  in  $r \in \mathbb{R}$ .

Naj bo  $S_N = \sum_{n=0}^N ar^n$  delna vsota. Pomnožimo z  $r$ :

$$rS_N = ar + ar^2 + \dots + ar^{N+1}.$$

Odštejemo:

$$S_N - rS_N = a - ar^{N+1} \implies S_N(1 - r) = a(1 - r^{N+1}).$$

Če  $r \neq 1$ , dobimo

$$S_N = \frac{a(1 - r^{N+1})}{1 - r}.$$

Če  $|r| < 1$ , potem  $r^{N+1} \rightarrow 0$  in zato

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \lim_{N \rightarrow \infty} S_N = \frac{a}{1 - r}.$$

Če  $|r| \geq 1$ , limita delnih vsot ne obstaja (razen trivialno  $a = 0$ ), zato vrsta divergira.

7. [10 T] Zapišite vsaj tri kriterije za konvergenco številske vrste.

**Rešitev.** Primeri kriterijev (zadostujejo trije):

- **Primerjalni kriterij:** Če  $0 \leq a_n \leq b_n$  za dovolj velik  $n$  in  $\sum b_n$  konvergira, potem  $\sum a_n$  konvergira.
- **Limitni primerjalni kriterij:** Če  $a_n, b_n > 0$  in  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c \in (0, \infty)$ , potem  $\sum a_n$  konvergira natanko tedaj, ko konvergira  $\sum b_n$ .
- **Kvocientni kriterij (d'Alembert):** za  $a_n \geq 0$ , če  $\limsup \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ , vrsta konvergira; če je limita  $> 1$ , divergira.
- **Korenski kriterij (Cauchy):** za  $a_n \geq 0$ , če  $\limsup \sqrt[n]{a_n} < 1$ , vrsta konvergira; če  $> 1$ , divergira.
- **Leibnizov kriterij (alternirajoče vrste):** če  $b_n \searrow 0$ , potem  $\sum (-1)^n b_n$  konvergira.
- **Integralski kriterij:** za padajočo pozitivno funkcijo  $f$ , konvergenca  $\sum f(n)$  je povezana s konvergenco  $\int_1^{\infty} f(x) dx$ .

IZPIT iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

1. februar 2022

1. [25 T] Podano je zaporedje s splošnim členom  $a_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ .
- a) Izračunajte vsoti  $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$  (vsota sodih členov) ter  $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$  (vsota lihich členov).

Definiramo zaporedje, ki ima splošni člen  $b_n = (-1)^n + a_n$ .

- b) Določite vsa stekališča zaporedja  $b_n$ .
- c) Ali obstaja limita zaporedja  $b_n$ ?
2. [25 T] Določite definicijsko območje ter izračunajte stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}.$$

Izračunajte tudi limite (leve in desne) na robu definicijskega območja ter čimbolj natančno narišite graf funkcije  $f(x)$ .

3. [25 T] Stružnica za les reže tako, da žico, ki ima obliko funkcije  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3+x^2+x+2}{x^2+x+1}}$ ,  $x \in [0, 1]$ , zavrti okoli  $x$ -osi. V stružnico med  $x = 0$  ter  $x = 1$  vpneemo kos lesa v obliki valja s polmerom 2. Izračunajte volumen telesa, ki ga dobimo po struženju.

Namig: funkcija  $f(x)$  je na intervalu  $[0, 1]$  navzgor omejena z 2.

Rešitev: Volumen je podan z

$$\pi \int_0^1 \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1} dx,$$

kjer integral izračunamo tako, da najprej delimo

$$\frac{x^2}{2} + \frac{4 \arctan\left(\frac{1+2x}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}}.$$

Končni rezultat:  $\frac{1}{18}(9 + 4\sqrt{3}\pi)$

4. [5 PT] Koliko je realni del kompleksnega števila

$$\frac{(2 - 5i)(15 - 6i)}{-2 - 5i}?$$

- a) 13   b) 14   c) 15   d) 16   e) 17

5. [5 PT] Koliko je koeficient tangente na graf  $f(x) = 3e^{2x^2}$  pri  $x = 1$ ?

- a)  $12e^2$    b)  $18e^2$    c)  $24e^2$    d) 0   e) 1

6. [5 PT] Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} + \sqrt{-x^2 - 2x + 3}.$$

- a)  $[-2, 1)$    b)  $[-3, 1]$    c)  $(-3, 1]$    d)  $[-2, 3]$    e)  $[-2, \infty)$

7. [5 PT] Katera izmed spodnjih vrst je konvergetna?

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n},$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

8. [5 T] Koliko je vrednost integrala  $\int_1^e (2x+1) \ln x dx$ ?

- a)  $\frac{1}{2}(1+e^2)$    b)  $\frac{1}{2}(2+e^2)$    c)  $\frac{1}{2}(3+e^2)$    d)  $\frac{1}{2}(4+e^2)$    e) 0

IZPIT iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

9. februar 2022

Prve tri naloge so standardnega tipa in vredne vsaka 25 točk. Zadnjih pet nalog je izbirnega tipa, pri čemer je pravilen natanko en odgovor, ki prinese 5 točk, nepravilen pa minus 1 točko. Neodgovorjena naloga prinese 0 točk, obkrožen več kot en odgovor pa minus 1 točko. Odgovorite tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.

1. [25 T] Podano je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \frac{n^2 - 6n + 4}{n + 1}.$$

- a) Analizirajte monotonost zaporedja (kje zaporedje pada ter kje narašča).
- b) Določite supremum, infimum, maksimum in minimum tega zaporedja, če obstajajo. Če ne obstajajo, to zapišite.
- c) Zapišite primer navzdol omejenega zaporedja z natanko enim stekališčem.

Rešitev: izračunamo  $a_{n+1} - a_n = n^2 + 3n - 9$  ter izračunamo ničle kvadratne funkcije  $n^2 + 3n - 9 = 0$ , ki sta enaki  $n_1 = \frac{3}{2}(-1 - \sqrt{5})$  ter  $n_2 = \frac{3}{2}(-1 + \sqrt{5})$ . Tako vidimo, da velja

$$a_1 > a_2 > a_3 < a_4 < a_5 < \dots$$

Infimum je enak minimumu, ki je  $a_3$ , supremum pa je neskončno, torej maksimum ne obstaja. Primer navzdol omejenega zaporedja z natanko enim stekališčem pa je na primer  $b_n = \frac{1}{n}$ .

2. [25 T] Podana je funkcija

$$f(x) = x^3 \log x.$$

- a) Določite in klasificirajte stacionarne točke funkcije  $f$ .
- b) Izračunajte globalni minimum ter maksimum funkcije  $f$  na intervalu  $[\frac{1}{2}, 1]$ .
- c) V katerih točkah funkcija najhitreje pada?

Rešitev: Izračunamo prvi odvod  $f'(x) = 3x^2 \ln x + x^2$  ter drugi odvod  $f''(x) = 5x + 6x \ln x$ . Ničla prvega odvoda je pri  $x = e^{-\frac{1}{3}}$ , ki leži na intervalu  $[\frac{1}{2}, 1]$  in v točki  $x = e^{-\frac{1}{3}}$  je lokalni minimum ( $f''(e^{-\frac{1}{3}}) > 0$ ). Izračunamo še  $f(e^{-\frac{1}{3}}) < f(\frac{1}{2}) < f(1) = 0$ , torej je  $f(e^{-\frac{1}{3}})$  globalni minimum, 0 pa globalni maksimum od funkcije  $f$  na intervalu  $[\frac{1}{2}, 1]$ . Ničla drugega odvoda je pri  $x = e^{-\frac{5}{6}}$  in v tej točki funkcija tudi najhitreje pada.

3. [25 T]

Kmet ima travnik omejen z ograjami, ki ležijo na premicah  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  ter krivulji

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2},$$

tako, da so ograje sklenjene in vsebujejo točko  $(\frac{3}{2}, 1)$ . Koliko je ploščina travnika?

Rešitev: Funkcija

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

je pozitivna na intervalu  $[0, 2]$ , tako da je potrebno izračunati

$$\int_0^2 \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2}.$$

Naprej zapišimo

$$\frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2} = x + \frac{-x + 1}{x^2 + 2x + 2},$$

kar dobimo z deljenjem polinomov. Velja tudi  $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$ , iz česar poračunamo, da je nedoločeni integral enak

$$\frac{x^2}{2} + 2 \arctan(1 + x) - \frac{1}{2} \log(2 + 2x + x^2) + C,$$

ko pa vstavimo meje pa dobimo rezultat

$$2 - \frac{\pi}{2} + 2 \arctan(3) + \frac{\ln(2)}{2} - \frac{\ln(10)}{2}.$$

4. [5 T] Koliko je polarni kot kompleksnega števila  $\sqrt{3} + 3i$  v radianih?

a) 0   b)  $\frac{\pi}{3}$    c)  $\frac{\pi}{4}$    d)  $\frac{\pi}{6}$    e)  $\pi$

5. [5 T] Koliko je koeficient normale na graf funkcije  $f(x) = 2 \ln x^2$  pri  $x = 1$ ?

a) 4   b) 2   c) 0   d)  $-\frac{1}{2}$    e)  $-\frac{1}{4}$

6. [5 T] Koliko je vrednost integrala  $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{2x+2} dx$ ?

a)  $\ln(2)^2$    b)  $\frac{\ln(2)^2}{2}$    c)  $\frac{\ln(2)^2}{3}$    d)  $\frac{\ln(2)^2}{4}$    e) 0

7. [5 T] Koliko mora biti  $a \in \mathbb{R}$ , da bo vsota vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} a \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

enaka 1?

a) 3   b) 6   c) 9   d) 12   e) 15

8. [5 T] Koliko je limita  $\lim_{x \rightarrow -1} \ln(x+1)(2x+2)$ ?

a) 2   b) 1   c)  $\frac{1}{2}$    d) 0   e)  $-\frac{1}{2}$

IZPIT iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

23. avgust 2022

Prve tri naloge so standardnega tipa in vredne vsaka 25 točk. Zadnjih pet nalog je izbirnega tipa, pri čemer je pravilen natanko en odgovor, ki prinese 5 točk, nepravilen pa minus 1 točko. Neodgovorjena naloga prinese 0 točk, obkrožen več kot en odgovor pa minus 1 točko. Odgovorite tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.

1. [25 T] Izračunajte ničle in stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1}).$$

Čimbolj natančno narišite graf funkcije  $f(x)$ .

Rešitev:  $f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$ ,  $f''(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{2x^2}{(1+x^2)^2}$ . Tako dobimo, da je minimum pri  $x = 0$  prevoja sta pri  $x = -1$  ter  $x = 1$ , funkcija pada na intervalu  $(-\infty, 0)$  narašča pa na intervalu  $(0, \infty)$ . Funkcija je konveksna na intervalu  $(-1, 1)$  konkavna pa zunaj tega intervala.

2. [25 T] Podana je funkcija  $f(x) = 3x(\ln x - \ln(x - 2))$ .

(a) Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

(b) Zapišite tangento na graf funkcije  $f(x)$  v točki  $x = 3$ .

Rešitev:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3 \ln \left( \frac{x}{x-2} \right)^x = 6$ . Odvod  $f(x)$  v točki  $x = 3$  je enak  $k = -6 + 3 \ln(3)$ , torej je enačba tangente enaka

$$y - y_0 = k(x - 3),$$

kjer je  $y_0 = 9 \ln(3)$ .

3. [25 T] Območje pašnika je omejeno s krivuljami  $y = x^2 - 2$ ,  $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$  ter  $y = -2x + 1$  ter vsebuje točko  $(0, -1)$ . Ena enota v koordinatnem sistemu meri 1 km. Koliko je ploščina pašnika?

Rešitev: Ploščina je enaka  $S = S_1 + S_2$ , kjer je  $S_1$  ploščina trikotnika z oglišči  $(-1, -1)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $S_2 = -\int_{-1}^1 (x^2 - 2)$ . Tako dobimo  $S = 2\frac{1}{3} \text{ km}^2$ .

4. [5 T] Koliko je polarni kot kompleksnega števila  $-\sqrt{5} + i\sqrt{5}$ ?

a) 0   b)  $\frac{\pi}{4}$    c)  $\frac{\pi}{2}$    d)  $\frac{3\pi}{4}$    e)  $\frac{5\pi}{4}$    f)  $\frac{7\pi}{4}$

5. [5 T] Koliko je vsota vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n-2}}?$$

a) 8   b) 9   c) 10   d) 11   e) 12   f) 13

6. [5 T] Katera izmed spodnjih množic je množica stekališč zaporedja s splošnim členom  $a_n = (-2)^n \left(\frac{n+1}{2n \cdot 2^n}\right)$ ?

a)  $\{-2\}$    b)  $\{0\}$    c)  $\{\frac{1}{2}\}$    d)  $\{-1, 1\}$    e)  $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$    f)  $\{-2, 2\}$

7. [5 T] Koliko je rešitev neenačbe  $|x + 1| < 2x$ ?

a)  $x \in (-1, -\frac{1}{3})$    b)  $x \in (-1, 1)$    c)  $x \in (-\frac{1}{3}, 1)$   
d)  $x \in (-1, \infty)$    e)  $x \in (-\frac{1}{3}, \infty)$    f)  $x \in (1, \infty)$

8. [5 T] Koliko je vrednost integrala  $\int_0^\pi (x + 4) \sin x dx$ ?

a)  $-8 + \pi$    b)  $-4 + \pi$    c)  $\pi$    d)  $4 + \pi$    e)  $8 + \pi$    f)  $12 + \pi$

IZPIT iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

9. februar 2023

Prve tri naloge so standardnega tipa in vredne vsaka 25 točk. Zadnjih pet nalog je izbirnega tipa, pri čemer je pravilen natanko en odgovor, ki prinese 5 točk, nepravilen pa minus 1 točko. Neodgovorjena naloga prinese 0 točk, obkrožen več kot en odgovor pa minus 1 točko. Odgovorite tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.

1. [25 T] Podana je funkcija  $f(x) = x \tan(x + \frac{\pi}{2})$ .

(a) Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

(b) Zapišite normalo na graf funkcije  $f(x)$  v točki  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Rešitev: Limito izračunamo po L'Hospitalovem pravilu

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x + \frac{\pi}{2})}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\cos^2(x + \frac{\pi}{2})}}{-\frac{1}{x^2}} = -1.$$

Odvod funkcije  $f(x)$  je enak

$$f'(x) = \tan(x + \frac{\pi}{2}) + \frac{x}{\cos^2(x + \frac{\pi}{2})}.$$

Tako je  $f'(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$  ter  $f(\frac{\pi}{2}) = 0$  in s tem dobimo, da je enačba normale enaka

$$y = -\frac{2}{\pi}(x - \frac{\pi}{2}).$$

2. [25 T] Izračunajte definicijsko območje in stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = 4x - \ln(\sqrt{2x + 3}).$$

Izračunajte tudi limite na robovih definicijskega območja ter čimbolj natančno narišite graf funkcije  $f(x)$ .

Rešitev:  $f'(x) = 4 - \frac{1}{(3+2x)}$ ,  $f''(x) = \frac{2}{(3+2x)^2}$ , iz česar dobimo, da je stacionarna točka pri  $x = -\frac{11}{8}$ , ter da je funkcija konveksna na celotnem definicijskem območju, ki je  $(-\frac{3}{2}, \infty)$ . Torej je stacionarna točka minimum. Funkcija narašča na intervalu  $(-\frac{11}{8}, \infty)$  ter pada na intervalu  $(-\frac{3}{2}, -\frac{11}{8})$ . Limiti pa sta enaki

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty.$$

3. [25 T]

Kmet ima travnik omejen z ograjami, ki ležijo na premicah  $y = 3$ ,  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{3}{2}$  ter krivulji

$$y = \frac{x^3 + 2}{x^3 + x},$$

tako, da so ograje sklenjene in vsebujejo točko  $(1, 2)$ . Območje travnika je torej podano z neenačbami

$$\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}, \quad y \leq 3, \quad y \geq \frac{x^3 + 2}{x^3 + x}$$

Koliko je ploščina travnika?

Rešitev: Potrebno je izračunati

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \left( 3 - \frac{x^3 + 2}{x^3 + x} \right) dx.$$

Naprej zapišimo

$$\frac{x^3 + 2}{x^3 + x} = 1 + \frac{2 - x}{x^3 + x},$$

kar dobimo z deljenjem polinomov. Razcepimo na parcialne ulomke in dobimo, da je nedoločeni integral enak

$$2x + \arctan(x) - 2 \ln(x) + \ln(1 + x^2) + C,$$

z vstavitvijo mej dobimo rezultat  $2 - \arctan(\frac{1}{2}) + \arctan(\frac{3}{2}) - \ln(\frac{45}{13})$ .

4. [5 T] Koliko je polarni kot kompleksnega števila  $-\sqrt{3} - 3i$  v radianih?

a) 0   b)  $\frac{\pi}{3}$    c)  $\frac{\pi}{4}$    d)  $\frac{\pi}{6}$    e)  $\pi$

5. [5 T] Koliko je vrednost integrala  $\int_1^e \frac{\ln(2x)}{x} dx$ ?

a)  $1 + \ln(2)$    b)  $-1 - \ln(2)$    c)  $-1 + \ln(2)$    d)  $\frac{1}{2} - \ln(2)$    e) 0

6. [5 T] Koliko je vsota vrste

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^{n-2}}?$$

a) 2   b) 4   c) 8   d) 16   e) 32

7. [5 T] Katera izmed spodnjih množic je množica stekališč zaporedja s splošnim členom  $a_n = (-1)^n \left(\frac{n^3+3n}{2n^3}\right)$ ?

a)  $\{-2\}$    b)  $\{0\}$    c)  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$    d)  $\{-1, 1\}$    e)  $\left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

8. [5 T] Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x^2-9}.$$

a)  $[-3, 2]$    b)  $[-2, 3]$    c)  $[-2, -3]$    d)  $(-2, 3]$    e)  $[-3, 2)$

IZPIT iz MATEMATIKE I  
Univerzitetni študij

23. avgust 2024

Prve tri naloge so standardnega tipa in vredne vsaka 25 točk. Zadnjih pet nalog je izbirnega tipa, pri čemer je pravilen natanko en odgovor, ki prinese 5 točk, nepravilen pa minus 1 točko. Neodgovorjena naloga prinese 0 točk, obkrožen več kot en odgovor pa minus 1 točko. Odgovorite tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.

1. [25 T] Dano je zaporedje s splošnim členom  $a_n = \frac{n-3}{2n+1}$ . Določite za katere člene zaporedje pada in za katere člene zaporedje narašča. Določite še, od katerega člena dalje se vsi členi danega zaporedja razlikujejo od limite za manj kot  $\epsilon = \frac{1}{100}$ .

Rešitev: Poračunamo

$$a_{n+1} - a_n = \frac{7}{(2n+3)(2n+1)} > 0$$

torej je zaporedje strogo naraščujoče. Limita je  $\frac{1}{2}$  in ko poračunamo

$$\left| \frac{n-3}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \epsilon$$

dobimo  $\frac{7}{4n+2} < \frac{1}{100}$  iz česar dobimo rezultat  $n > \frac{698}{4}$  torej od 175. člena dalje.

2. [25 T] Določite definicijsko območje in izračunajte ničle, pole, stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja ter intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije

$$f(x) = x^2 e^{3x}.$$

Graf funkcije  $f(x)$  čimbolj natančno narišite.

Rešitev: Prvi odvod  $f'(x) = e^{3x}(2x + 3x^2)$  ima ničli pri  $x_1 = 0$  ter  $x_2 = -\frac{2}{3}$ . Drugi odvod  $f''(x) = 3e^{3x}(2x + 3x^2) + e^{3x}(2 + 6x) = e^{3x}(9x^2 + 12x + 2)$  ima ničli pri  $x_3 = \frac{1}{3}(-2 - \sqrt{2})$  ter  $x_4 = \frac{1}{3}(-2 + \sqrt{2})$ . Z danimi podatki funkcijo natančno narišemo ob upoštevanju  $\lim_{x \rightarrow \infty} = \infty$  in  $\lim_{x \rightarrow -\infty} = 0$ .

3. [25 T] Gradbinci postavljajo temelje za zunanji bazen. Bazen bo sedel na betonski plošči, ki bo vsebovala izhodišče koordinatnega sistema, njeni robovi pa bodo potekali po krivuljah

$$y = 2x + 3,$$

$$y = (x + 1)^2 - 2,$$

$$y = 3 - x.$$

Določite ploščino te betonske plošče, če je enota v koordinatnem sistemu en meter.

Rešitev: Točke v presečišču so  $(-2, -1)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(1, 2)$ , torej je iskana ploščina enaka

$$\int_{-2}^0 ((2x+3)-((x+1)^2-2))dx + \int_0^1 ((3-x)-((x+1)^2-2))dx = \dots = \frac{32}{6} + \frac{13}{6} = \frac{45}{6}.$$

4. [5 T] Koliko je vrednost vsote  $\sum_{n=1}^{\infty} 6\left(\frac{1}{3}\right)^n$ .

a)  $-2$  b)  $-1$  c)  $0$  d)  $1$  e)  $2$  f)  $3$

5. [5 T] Zaporedje s splošnim členom  $a_n = \frac{\sqrt{4n^2+1}}{n+2+1}$  je naraščajoče. Koliko je supremum tega zaporedja?

a)  $-2$  b)  $-1$  c)  $0$  d)  $1$  e)  $2$  f)  $3$

6. [5 T] Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} + \ln(-x^2 - 2x + 3).$$

a)  $(-1, 1)$  b)  $(-2, 1)$  c)  $(-3, 1)$  d)  $(-2, 2)$  e)  $(-2, 3)$  f)  $(-3, 3)$

7. [5 T] Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + x}{x \cos(x)}$ .

a)  $-2$  b)  $-1$  c)  $0$  d)  $1$  e)  $2$  f)  $3$

8. [5 T] Izračunajte koeficient tangente na graf funkcije  $f(x) = x^{\ln x}$  v točki  $x = e$ .

a)  $-2$  b)  $-1$  c)  $0$  d)  $1$  e)  $2$  f)  $3$